

ETUDE STATIQUE

La **statique** est une partie de la mécanique dont la finalité est l'**étude de l'équilibre des systèmes matériels** (solide ou ensemble de solides) **au repos** par rapport à un repère supposé fixe (un repère Galiléen).

L'objectif est la détermination de tous les efforts appliqués à un système, à partir de la connaissance d'une partie d'entre eux.

DEFINITION DU PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

Un ensemble matériel $\{E\}$ est en **équilibre** par rapport à un repère R si, au cours du temps, chaque point de $\{E\}$ conserve une position fixe par rapport au repère R .

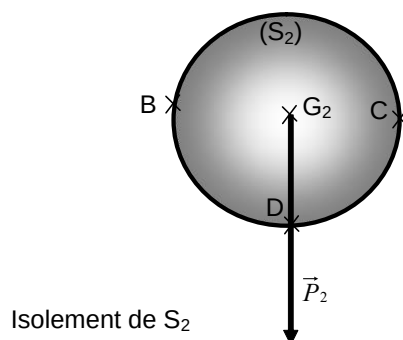
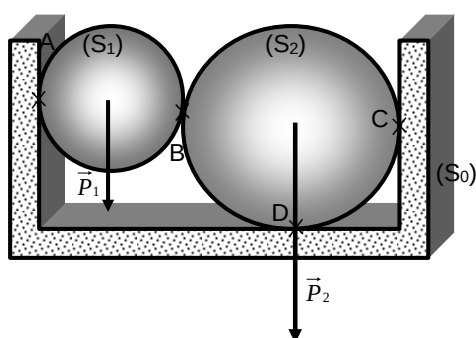
L'**équilibre statique** d'un système exige que :

- La somme des forces extérieures en tout point est égale au vecteur nul :
$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$
- La somme des moments calculés en tout point est égale au vecteur nul :
$$\sum \vec{M}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

FRONTIERE D'ISOLEMENT

Le PFS fait apparaître la notion « d'extérieur à un ensemble matériel ». Par conséquent, avant d'envisager l'utilisation du PFS, nous devons installer **une frontière d'isolement**.

- Toutes les actions mécaniques situées dans cette frontière seront donc internes au système isolé, et par conséquent, elles n'interviendront pas dans l'écriture du PFS.
- Seules les actions mécaniques extérieures qui traversent cette frontière sont à prendre en compte lors de l'écriture du PFS.



→ **EXEMPLE : ISOLONS LE SOLIDE S_2 . LES ACTIONS MECANQUES EXTERIEURES A S_2 QUI AGISSENT SUR S_2 S'ENUMERENT DE LA FAÇON SUIVANTE :**

- Poids de S_2 , En G_2
- Action, en C de S_0 sur S_2 ,
- Action, en D de S_0 sur S_2 ,
- Action, en B, de S_1 sur S_2 ... et sont concernées par le PFS.

PRINCIPE DES ACTIONS MUTUELLES

D'après le **Principe des Actions Mutuelles**, si un solide S_1 exerce une action mécanique sur S_2 , alors, le solide S_2 exerce une action mécanique sur S_1 similaire mais opposée.

Dans tous les problèmes que nous aborderons, l'extérieur est assimilé au sol ou au mur.

DEGRES DE LIBERTES ET EFFORTS TRANSMISSIBLES

Nous envisagerons tous les problèmes de statique en 2D. Dans ce cas les solides étudiés sont aussi considérés prisonniers de ce plan. Leurs degrés de liberté sont au nombre de 3 :

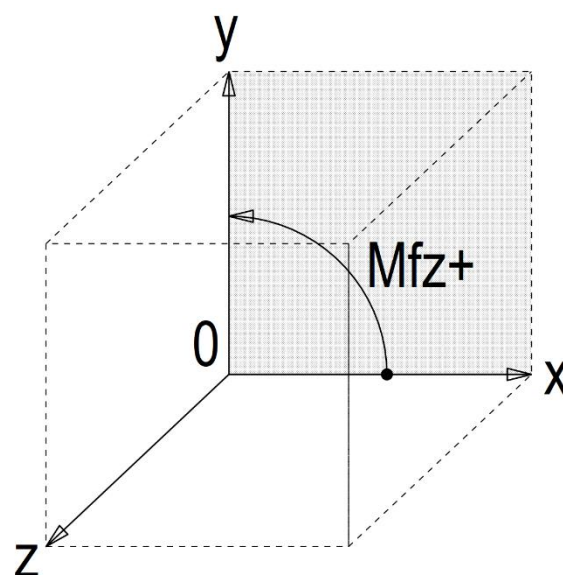
- translation suivant la direction x ;
- translation suivant la direction y ;
- rotation autour de la direction z .

→ **DANS CE CADRE, LES SEULS EFFORTS A CONSIDERER SONT :**

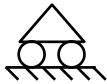
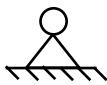
- les forces dans le plan (x, y) : R_x et R_y ;
- les moments autour de z : M_{fz} ;

→ **LA PFS S'EXPRIME ALORS PLUS SIMPLEMENT SOUS LA FORME :**

- Somme des forces / $x = 0$
- Somme des forces / $y = 0$
- Somme des moments en tout point = 0



LIAISONS MECANIQUES

Liaison ou appui	Description	Degré de liberté	Inconnue de liaison	symbole
Ponctuelle / appui simple	Interdit le rapprochement par obstacle. Transmission d'une force dans la direction normale	2 : R_x et M_{fz}	1 : R_y	
Pivot / articulation	Liberté de rotation autour de z	1 : M_{fz}	2 : R_x et R_y	 Ou 
Encastrement	Aucune liberté, rotation et déplacements interdits	0	3 : R_x , R_y et M_{fz}	

MOBILITE ET ISOSTATISME

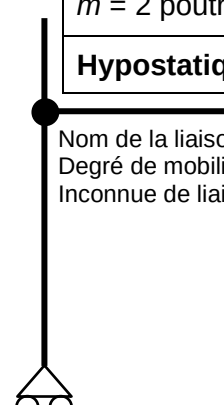
On se place dans le cas d'un problème plan, donc à trois équations par pièce ($\sum R_x=0$; $\sum R_y=0$; $\sum M_f=0$).

- Une structure est composée de poutres et l'on considère qu'elles sont reliées entre elles par des pivots.
- On appelle « nœud » l'endroit où des poutres sont liées.
- On peut dénombrer les inconnues de liaison qui sont fixées par chaque type de liaison (cf. **liaisons mécaniques**)

→ LA MOBILITE $m = [\text{NOMBRE DE POUTRE} \times 3 \text{ EQUATIONS}] - [\text{NOMBRE D'INCONNUES DE LIAISON}]$

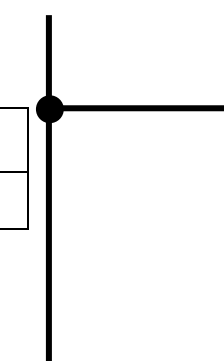
- $m > 0$: la structure est hypostatique (mobile, instable) ;
- $m = 0$: la structure est isostatique (minimum de liaisons pour obtenir la stabilité)
- $m < 0$: la structure est hyperstatique (avec des liaisons superflues)

→ EXERCICE : DETERMINER LA MOBILITE DE LA STRUCTURE SUIVANTE :



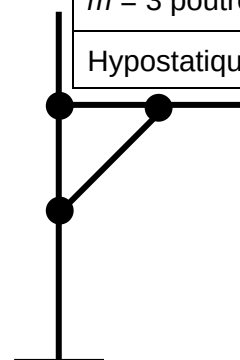
Nom de la liaison : pivot
Degré de mobilité : 1 (M_f)
Inconnue de liaison : 2 (R_x et R_y)

$m = 2 \text{ poutres} \times 3 \text{ équations} - 3 \text{ inconnues de liaison} = 3$		
Hypostatique ☒	Isostatique ☐	Hyperstatique ☐



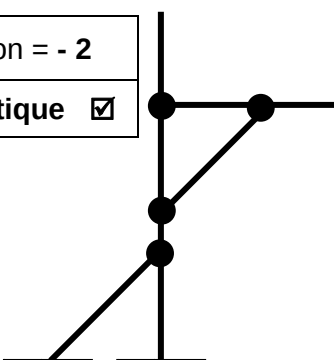
Nom de la liaison : encastrement
Degré de mobilité : 0
Inconnue de liaison : 3 (R_x , R_y et M_f)

$m = 2 \text{ poutres} \times 3 \text{ équations} - 4 \text{ inconnues de liaison} = 2$		
Hypostatique ☒	Isostatique ☐	Hyperstatique ☐



Nom de la liaison : ponctuelle
Degré de mobilité : 2 (R_x et M_f)
Inconnue de liaison : 1 (R_y)

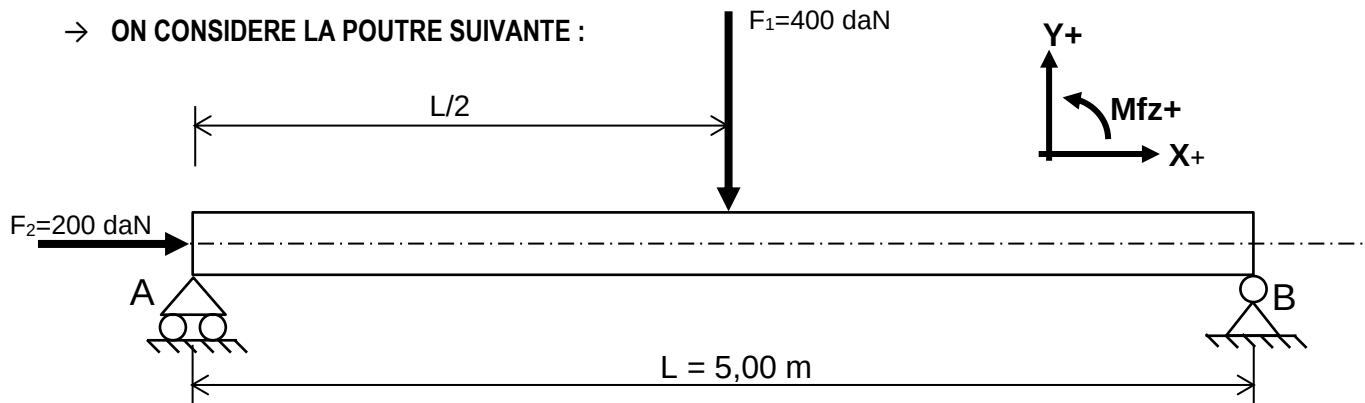
$m = 3 \text{ poutres} \times 3 \text{ équations} - 9 \text{ inconnues de liaison} = 0$		
Hypostatique ☐	Isostatique ☒	Hyperstatique ☐



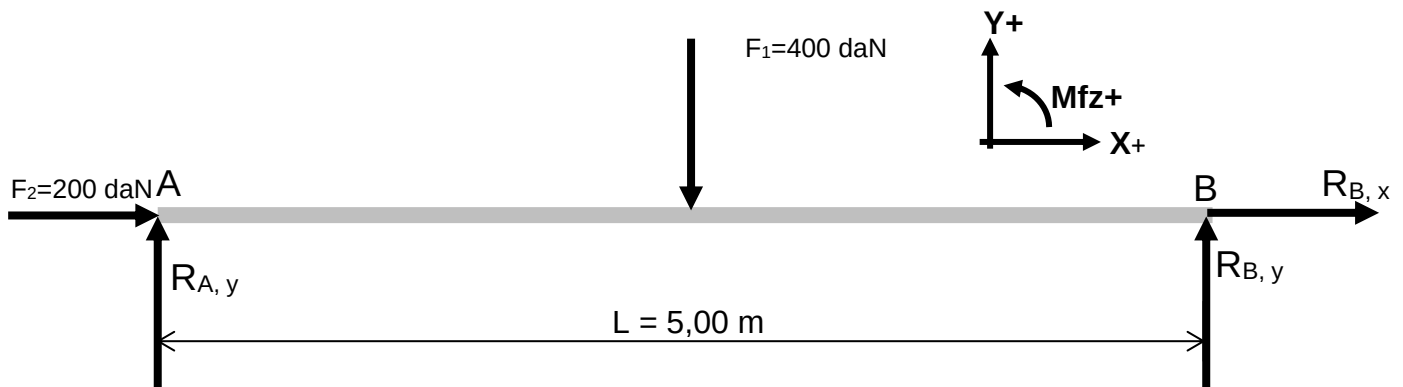
$m = 4 \text{ poutres} \times 3 \text{ équations} - 14 \text{ inconnues de liaison} = -2$		
Hypostatique ☐	Isostatique ☐	Hyperstatique ☒

EXERCICE RESOLU

→ ON CONSIDERE LA POUTRE SUIVANTE :



→ ON ISOLE LE SYSTEME, ON REMPLACE LES LIAISONS PAR LEURS INCONNUES DE LIAISON :



→ ON APPLIQUE LE PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE :

→ $\Sigma \text{ FORCES SUR X} = 0$	→ $\Sigma \text{ FORCES SUR Y} = 0$	→ $\Sigma \text{ MOMENTS SUR Z, AU POINT A} = 0$
➤ $F_2 + R_{B,x} = 0$ ➤ $R_{B,x} = -200 \text{ daN}$	➤ $R_{A,y} + R_{B,y} - F_1 = 0$ ➤ $R_{A,y} = -R_{B,y} + F_1$ ➤ $R_{A,y} = 200 \text{ daN}$	➤ $-\frac{L}{2} * F_1 + L * R_{B,y} = 0$ ➤ $L * R_{B,y} = \frac{L}{2} * F_1$ ➤ $R_{B,y} = 0.5 * F_1$ ➤ $R_{B,y} = 200 \text{ daN}$

$$R_{a,y} = 200 \text{ daN} \quad R_{b,x} = -200 \text{ daN} \quad R_{b,y} = 200 \text{ daN}$$