

On définit 5 sollicitations différentes. Si une section S subit :

Un effort normal N ,

- . qui tend à allonger l'élément, il subit une sollicitation de traction
- . qui tend à raccourcir l'élément, il subit une sollicitation de compression

Un effort tranchant, T

- . l'élément subit une sollicitation de cisaillement,

Un moment fléchissant M_f

- . l'élément subit une sollicitation de flexion

Un moment de torsion, M_t

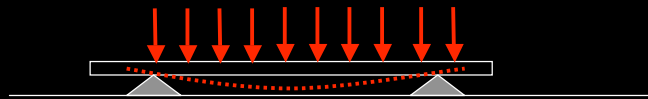
- . l'élément subit une sollicitation de torsion

Si l'élément considéré ne subit qu'une sollicitation à la fois, on parle de sollicitation simple. Si plusieurs sollicitations interviennent simultanément, on parle alors de sollicitations composées.

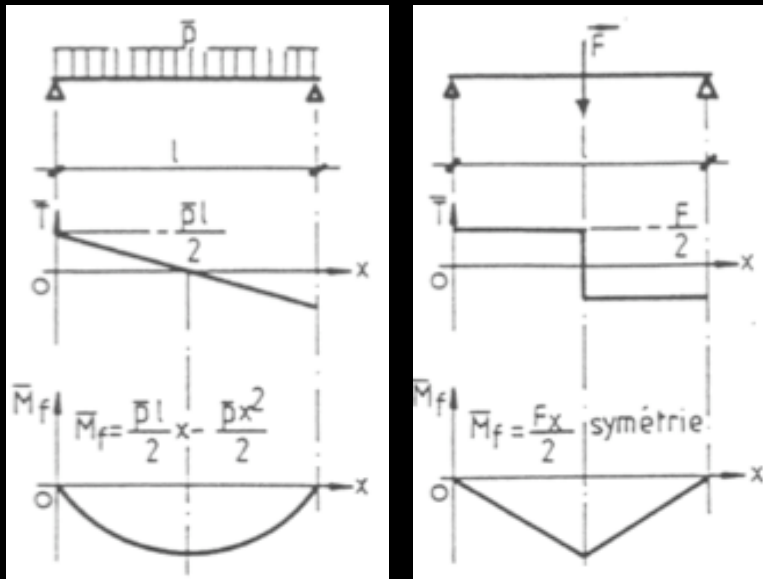
École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

Le cas de la flexion provoquée par des forces transversales

Dans ce cas, on assiste souvent à une flexion provoquée par des forces transversales qui imposent simultanément M_f et T .



École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr



Lavigne, p.98

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

On montre que pour les poutres soumises à la flexion, on a toujours entre M_f et T la relation suivante :

$$\frac{d\bar{M}_f}{dx} = -\bar{T}$$

« dérivée du Moment fléchissant est égale à l'opposé de la force transversale »

Dérivée ?

- . si $T=0$ alors $M_f = \text{cte}$ (max ou min)
- . plus T est grand et plus M_f varie rapidement
- . si les forces sont réparties, T et M_f évoluent de façon continue le long de l'élément
- . lorsque les forces sont localisées,
 - . entre 2 forces $T=\text{cte}$, M_f évolue selon une pente constante
 - . au point d'application d'une force, le changement de la valeur de T est accompagné d'un changement de pente de M_f

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

L3C > Etude générale des sollicitations - Résistance et Déformation des matériaux

Nicolas REMY

Ce support de cours est construit à partir des chapitres 3 et 4 de LAVIGNE, P. Approche scientifique des structures, Tome 1.

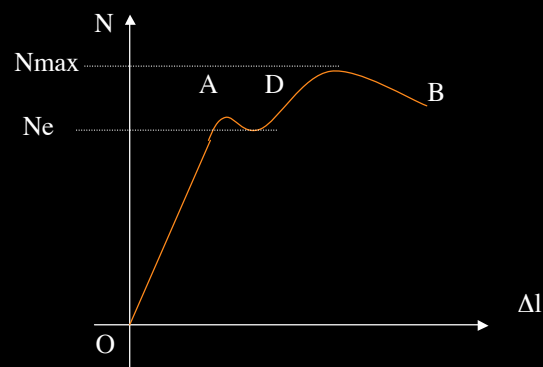
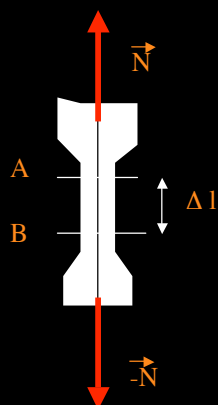
- 1- La traction et la compression (seules)
- 2- Le cisaillement simple
- 3- La flexion simple

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression

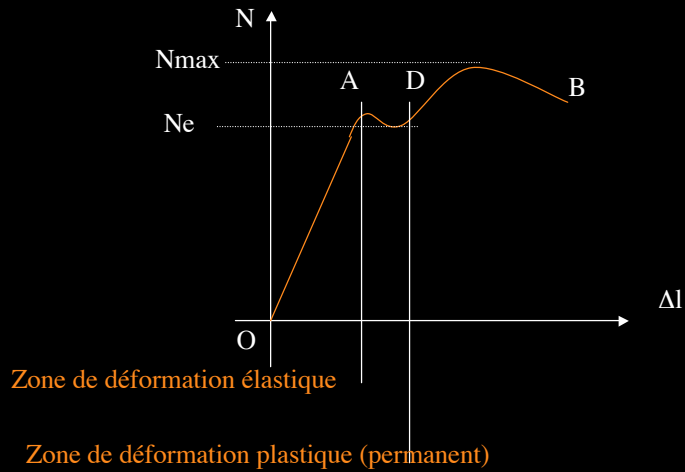
$$(N \neq 0 \quad M_f = M_t = T = 0)$$

Pour tout système isostatique articulé dont les charges sont aux nœuds (liaisons)



École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

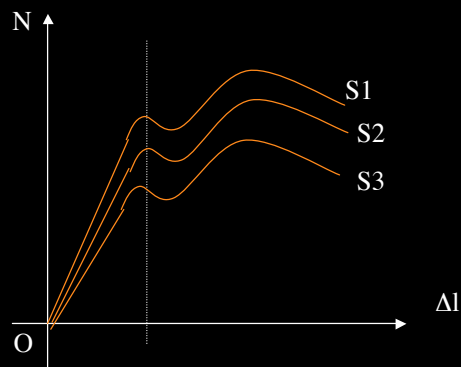
1- La traction et la compression



École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression

Si on recommence ce test pour un même matériau mais avec des sections différentes S_1 , S_2 , S_3 , etc....

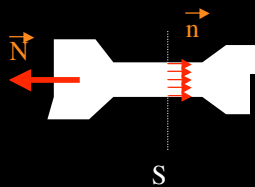


Δl de la zone élastique est constante quelque soit la section de S

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression

Pendant cette phase, on a un équilibre statique en chaque section (le matériau se déforme temporairement et retrouve ses dimensions originales)



Unité de la contrainte normale
Force / unité de force
. daN/m² ou daN/cm²
. En pratique, on utilise le MPa (Méga Pascal)
1MPa = 10 Bar = 10daN/cm² = 10kg p /cm²

$$\begin{aligned}\vec{\Sigma F} &= \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{N} + \vec{n} \cdot S &= \vec{0}\end{aligned}$$

On peut donc caractériser la **contrainte normale** subie par le matériau qui résiste à l'effort normal dans une section comme

$$\vec{n} = \frac{\vec{N}}{S}$$

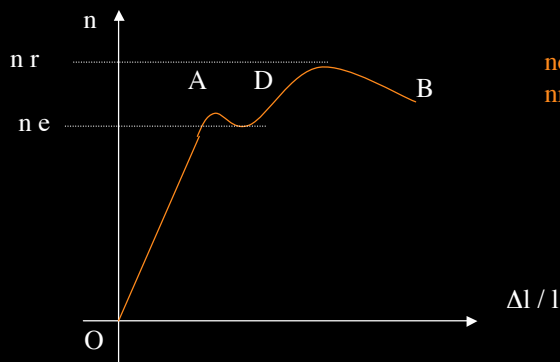
(1kgp = 9,81 N et P=mg)

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression

Pour connaître un matériau, seule la contrainte est intéressante.
Ce n'est pas $N=f(\Delta l)$ qui nous intéresse mais $n = N/S = f(\Delta l / l)$

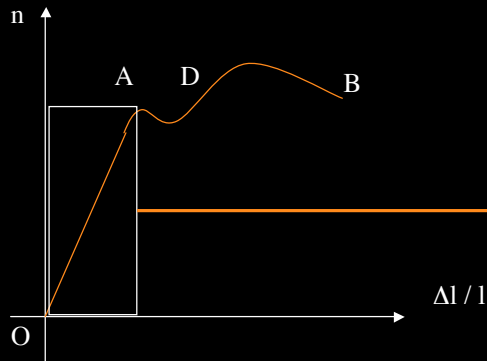
Soit l'évolution de la contrainte normale par m² en fonction de l'allongement relatif



n_e = contrainte limite d'élasticité
 n_r = contrainte limite de rupture

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression



Dans la zone d'élasticité, on voit que n et $\Delta l / l$ sont proportionnel

Loi de HOOKE

$$n = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

On définit le module d'Young E ou coefficient d'élasticité longitudinale

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression

Loi de HOOKE

$$n = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

On définit le module d'Young E ou coefficient d'élasticité longitudinale

Remarques :

- valable pour un matériau homogène et isotrope
- Or en pratique les matériaux ne sont jamais homogènes et isotropes : procédés de fabrication (matériaux profilés, tôles et métaux obtenus par étirage, laminage, tréfilage, extrusion, ...). De même pour le bois quand on considère le sens des fibres.

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression

En conséquence, on va choisir un matériau pour que :

- les efforts dans chaque section soient inférieurs à n_e (contrainte limite d'élasticité)
- on va prendre une marge supplémentaire pour tenir compte de l'inhomogénéité et l'anisotropie des matériaux) en définissant une contrainte ou résistance admissible normale R_a telle que $R_a < n_e$. Et on choisira les matériaux afin que $n < R_a$

[Si n_e est négligeable, $R_a = 0$]

Exemples

Acier de charpente $R_a = 160 \text{ MPa}$ $n_e = 240 \text{ MPa}$ $E = 200\,000 \text{ MPa}$

Bois de charpente $R_a = 10 \text{ à } 8 \text{ MPa}$ $n_e = 18 \text{ à } 16 \text{ MPa}$ $E = 10\,000 \text{ à } 5000 \text{ MPa}$

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression

Concentration de contraintes

Lorsque le matériau change brusquement de section, es contraintes normales sont elles-aussi modifiées.

On écrit alors :

$$n \neq N/S \quad \text{et} \quad n_{\max} = k \cdot n_{\text{moy}} = k \cdot N/S$$

Pour une tige fletée, $k = 2,5$

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

1- La traction et la compression

Quand on connaît les sollicitations subies par le matériau, on peut le pré-dimensionner en disant que la section du matériau doit répondre à toutes les inéquations d'équarrissage suivantes :

1- Inéquations de « Résistance »

-traction :

-Si pas de concentration de contraintes

$$n = N / S \leq R_a$$

-Si concentration de contraintes

$$n = N / S \leq R_a$$

$$n_{\max} = k \cdot n \leq n_e$$

-compression :

$$n = N / S \leq R_a$$

2- Inéquation de « Déformation » : Application de la loi de Hooke

$$(n = E \cdot \Delta l / l)$$

Traction ou compression

$$\Delta l = n \cdot l / E \leq \text{valeur fixée}$$

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr

exercice

Soit un tirant d'acier fileté à chaque extrémité pour être lié aux éléments qui lui imposent une force de 5000 daN. La déformation maximale acceptable sur sa longueur $L=6\text{m}$ est de $\Delta l=5\text{mm}$. Quelle doit être la section S ?

Données pour le tirant d'acier

$$R_a = 160 \text{ MPa}$$

$$n_e = 240 \text{ Mpa}$$

$$E = 200\,000 \text{ MPa}$$

École d'architecture de Grenoble > L3C > nicolas.remy@grenoble.archi.fr